

**Time ; 3 Hours**

**समय ; 3 घंटे**

**No of questions - 59**

**General Instructions :**

**सामान्य निर्देश :**

**All question are compulsory :**

**सभी प्रश्न अनिवार्य है।**

**Full Marks – 100**

**Pass Marks – 33**

**(1) Section A has 30 M.C.Q and 10 Fill in the blanks type question each of 1 mark.**

खण्ड अ में 30 वस्तुनिष्ठ प्रश्न तथा 10 खाली स्थान प्रकार के प्रश्न हैं, प्रत्येक 1 अंक का है।

**(2) Section- B has 10 questions of 2 marks each.**

खण्ड 'ब' में 10 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक 2 अंक का है।

**(3) Section- C has 5 questions of 4 marks each.**

खण्ड 'स' में 5 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक 4 अंक का है।

**(4) Section- D has 4 questions of 6 marks each.**

खण्ड 'द' में 4 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक 6 अंक का है।

**Section – 'A'**

**खण्ड – 'अ'**

**Answer the following questions:**

**निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दीजिए :**

**1 x 30 = 30**

**I.**

1.  $f(x) = |x|$  is a function.

$f(x) = |x|$  एक फलन है :

(a) Modulus function (मापांक फलन)

(b) Exponential function (चरघातांकीय फलन)

(c) Greatest integer function (महत्तम पूर्णांक फलन)

(d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

2. If  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  then  $f(2) =$

यदि  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  तो  $f(2) =$

(a)  $\frac{3}{2}$

(b)  $\frac{2}{3}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d)  $\frac{5}{2}$

3. Find the principal value of  $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$  का मुख्य मान है :

(a)  $\frac{\pi}{3}$

(b)  $\frac{\pi}{6}$

(c)  $\frac{2\pi}{3}$

(d)  $\frac{3\pi}{4}$

4.  $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x =$

(a)  $\pi$

(b)  $\frac{\pi}{2}$

(c)  $\frac{2\pi}{3}$

(d)  $\frac{3\pi}{4}$

5.  $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A =$

(a)  $\begin{bmatrix} 6 & 12 \\ 10 & -8 \end{bmatrix}$  (b)  $\begin{bmatrix} -4 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$  (c)  $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$  (d)  $\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 15 & -12 \end{bmatrix}$

6.  $\begin{bmatrix} x+y & y+z & z+x \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} =$

(a) 1 (b)  $x + y + z$  (c) 0 (d)  $(x-y)(y-z)(z-x)$

7.  $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x + \cot^{-1} x) =$

(a) 0 (b) 1 (c)  $\frac{\pi}{2}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

8. If (यदि)  $y = \cos(\log x)$  then (तो)  $\frac{dy}{dx} =$

(a)  $-\sin(\log x)$  (b)  $\frac{-\sin(\log x)}{x}$  (c)  $\frac{\cos(\log x)}{x}$  (d)  $-\sin(\log x) \cdot \log x$

9.  $\frac{d}{dx} e^{\log x} =$

(a) 1 (b) 0 (c)  $\log x$  (d)  $\frac{1}{x}$

10. If (यदि)  $y = 2^x$  then (तो)  $\frac{dy}{dx} =$

(a)  $x \cdot 2^{x-1}$  (b)  $\frac{2^x}{\log 2}$  (c)  $2^x \cdot \log 2$  (d)  $\frac{2^x}{x}$

11. If (यदि)  $x^2 + y^2 + 2y = 15$  then (तो)  $\frac{dy}{dx} =$

(a)  $-\frac{x}{y+1}$  (b)  $\frac{x}{y+1}$  (c)  $\frac{y}{x+1}$  (d)  $\frac{-y}{x+1}$

12. If (यदि)  $y = \cos^{-1} x^3$  then (तो)  $\frac{dy}{dx} =$

(a)  $\frac{-1}{\sqrt{1-x^6}}$  (b)  $\frac{-3x^2}{\sqrt{1-x^6}}$  (c)  $\frac{-3}{x^2 \sqrt{1-x^6}}$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)

13. If (यदि)  $y = 2x^3 + 3x^2 + 6$  then (तो)  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$

(a)  $6x^2 + 6x$  (b)  $12x + 6$  (c)  $6x^2 + 6$  (d)  $12x^2 + 12$

14. The rate of change of area of circle with respect to its radius  $r$  at  $r = 6\text{cm}$  is :

वृत्त के क्षेत्रफल के परिवर्तन की दर इसके त्रिज्या के सापेक्ष ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 6cm हो :

(a)  $10\pi$  (b)  $12\pi$  (c)  $8\pi$  (d)  $11\pi$

15.  $\int x^{-1} dx =$   
 (a)  $\log_e x + c$  (b)  $\frac{x^0}{0} + c$  (c)  $\log_e |x| + c$  (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
16.  $\int 1 dx =$   
 (a)  $x + k$  (b)  $1 + k$  (c)  $\frac{x^2}{2} + k$  (d)  $\log x + k$
17.  $\int \tan x dx =$   
 (a)  $\log |\cos x| + c$  (b)  $-\log |\cos x| + c$  (c)  $\log |\sin x| + c$  (d)  $-\log |\sin x| + c$
18.  $\int e^x \left[ \tan^{-1} + \frac{1}{1+x^2} \right] dx =$   
 (a)  $e^x \frac{1}{1+x^2} + c$  (b)  $e^x \tan^{-1} x + c$  (c)  $-e^x \cot^{-1} x + c$   
 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
19.  $\int \frac{dx}{9+x^2} =$   
 (a)  $\tan^{-1} \frac{x}{3} + c$  (b)  $\frac{1}{3} \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$  (c)  $3 \tan^{-1} \frac{x}{3} + c$   
 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
20.  $\int_a^b x^5 dx =$   
 (a)  $b^5 - a^5$  (b)  $\frac{b^6 - a^6}{6}$  (c)  $\frac{a^6 - b^6}{6}$  (d)  $a^5 - b^5$
21.  $\int_2^4 \frac{1}{x} dx =$   
 (a)  $\log 2$  (b)  $2 \log 2$  (c)  $\log 2^4$  (d)  $4 \log x$
22. The order of the differential equation  $\frac{dy}{dx} + 5y = 0$  is :  
 अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 5y = 0$  की कोटि है :  
 (a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) -1
23. The differential equation of  $y = x^2 + 2x + c$  is :  
 $y = x^2 + 2x + c$  का अवकल समीकरण है :  
 (a)  $\frac{dy}{dx} + 2x + 2 = 0$  (b)  $\frac{dy}{dx} + 2 = 0$  (c)  $\frac{dy}{dx} - 2x - 2 = 0$  (d)  $\frac{dy}{dx} - 2 = 0$
24.  $\left| -\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \right| =$   
 (a)  $\sqrt{15}$  (b)  $\sqrt{3}$  (c) 2 (d)  $\sqrt{14}$

25. If (यदि)  $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  and (तथा)  $\vec{b} = 4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$  then (तो)  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$   
 (a) 2 (b) 3 (c) 25 (d) 7
26. The direction cosines of z – axis are :  
 z अक्ष की दिक् कोज्याएँ हैं :  
 (a) (0,0,0) (b) (1,0,0) (c) (0,0,1) (d) (0,1,0)
27. If  $l, m, n$  are the direction cosines of a straight line then –  
 यदि एक रेखा का दिक् कोज्या  $l, m, n$  हो तो :  
 (a)  $l^2 + m^2 - n^2 = 1$  (b)  $l^2 - m^2 + n^2 = 1$  (c)  $l^2 - m^2 - n^2 = 1$  (d)  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$
28. The distance between the points (4, 3, 7) and (1, -1, -5) is :  
 बिन्दुओं (4, 3, 7) तथा (1, -1, -5) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए :  
 (a) 7 (b) 12 (c) 13 (d) 25
29. If (यदि)  $P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{4}$  then (तो)  $P(A \cup B) =$   
 (a)  $\frac{2}{3}$  (b)  $\frac{1}{3}$  (c)  $\frac{1}{2}$  (d)  $\frac{5}{8}$
30. If (यदि)  $P(E) = 0.6, P(F) = 0.3$  and (तथा)  $P(E \cap F) = 0.2$  then (तो)  $P\left(\frac{E}{F}\right) =$   
 (a)  $\frac{3}{2}$  (b)  $\frac{2}{3}$  (c)  $\frac{3}{6}$  (d)  $\frac{1}{2}$

II.

Fill in the blanks :

खाली स्थान भरें :

1x 10 = 10

31. If (यदि)  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  then (तो)  $g(-3) = \dots\dots\dots$
32.  $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \tan^{-1} (\dots\dots\dots)$
33.  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \dots\dots\dots$
34.  $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{1+x^2} dx = \dots\dots\dots$
35. The solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$  is.....  
 अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$  का हल है .....
36.  $\hat{i} \cdot \hat{j} = \dots\dots\dots$
37. If  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  then the angle between  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is .....  
 यदि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  तो  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण ..... है।

38. Direction ratiion of the line  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k})$  is .....

रेखा  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{k} + \lambda(3\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k})$  का दिक् अनुपात है .....

39. If A and B are events such that  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right)$  then .....

यदि A तथा B दो घटनाएँ इस प्रकार है कि  $P\left(\frac{A}{B}\right) = P\left(\frac{B}{A}\right)$  तो .....

40. If (यदि)  $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = 0$  then (तो)  $P\left(\frac{A}{B}\right)$  is .....

**Section - 'B'**

**खण्ड - 'ब'**

III.

**This Section comprises 10 questions of 2 marks each.**

**उस खण्ड में 10 प्रश्न है, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।**

**2 x 10 = 20**

41. If  $f: R \rightarrow R$  and  $g: R \rightarrow R$  are given by  $f(x) = \cos x$  and  $g(x) = 3x^2$  then find  $g \circ f(x)$ .

यदि  $f: R \rightarrow R$  और  $g: R \rightarrow R$ ,  $f(x) = \cos x$  तथा  $g(x) = 3x^2$  से परिभाषित है तो  $g \circ f(x)$  ज्ञात कीजिए।

42. Prove that (सिद्ध कीजिए)

$$\tan^{-1} \frac{1}{7} + \tan^{-1} \frac{1}{13} = \tan^{-1} \frac{2}{9}$$

43. If (यदि)  $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, B = [1, 3, -6]$  then find (तो ज्ञात कीजिए)  $A \cdot B$

44. If (यदि)  $y = \frac{5^x}{x^5}$  then find (तो ज्ञात कीजिए)  $\frac{dy}{dx}$

**Or/ अथवा**

If (यदि)  $y = x^3 + \tan x$  then find (तो ज्ञात कीजिए)  $\frac{d^2y}{dx^2}$

45. Evaluate (ज्ञात कीजिए)  $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$

46. Evaluate (ज्ञात कीजिए)  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \log x} \, dx$

47. Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} - y = 1$

अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} - y = 1$  को हल करें :

48. The projection of the vector  $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  on the vector  $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$

सदिश  $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$  की दिशा में सदिश  $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  का प्रक्षेप्य ज्ञात कीजिए।

49. If (यदि)  $P(A) = 0.8, P(B) = 0.5$  and (और)  $P\left(\frac{B}{A}\right) = 0.4$  then find (तो ज्ञात कीजिए)  $P(A \cup B)$ .
50. If the Cartesian equation of a line are  $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$  then find a vector equation for the line.  
यदि एक रेखा का कार्तीय समीकरण  $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$  है तो इस रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए।

**Section - 'C'**  
**खण्ड - 'स'**

IV.

**This Section comprises 5 questions of 4 marks each.**  
**उस खण्ड में 5 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।**

**5 x 4 = 20**

51. Prove that (सिद्ध कीजिए)  $\begin{vmatrix} y+k & y & y \\ y & y+k & y \\ y & y & y+k \end{vmatrix} = k^2(3y+k)$

**Or/ अथवा**

If (यदि)  $f(x) = \begin{cases} x^{10} - 1 & \text{when (जब) } x \leq 1 \\ x^2 & \text{when (जब) } x > 1 \end{cases}$

then test the continuity of  $f(x)$  at  $x=1$   
तो  $x=1$  पर  $f(x)$  की ता की जाँच करें।

52. Find the intervals in which the function given by  $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 40$  is :  
अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन  $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 40$   
(a) Strictly Increasing (निरंतर वर्धमान हो) (b) Strictly Decreasing (निरंतर ह्रासमान हो)

**Or/ अथवा**

Find the value of (मान ज्ञात कीजिए)  $\int \frac{3x+1}{2x^2-2x+3} dx$

53. Find (ज्ञात कीजिए)  $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$

**Or/ अथवा**

Prove that (सिद्ध कीजिए कि) :  $\int_0^{\pi/2} \frac{f(x)}{f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} dx = \frac{\pi}{4}$

54. Find the angle between the following pair of lines.  
निम्नलिखित रेखा युग्म के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

55. A man is known to speak truth 3 out of 5 times. He throws a die and reports it is '1'. Find the probability that it is actually 1.

एक आदमी 5 बार में 3 बार सत्य बोलता है। वह एक पासे को उछालता है और सूचित करता है कि पासे पर आई संख्या 1 है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह अंक वास्तव में 1 है।

**Section – 'D'**

**खण्ड – 'द'**

V.

**This Section comprises 4 questions of 5 marks each.  
इस खण्ड में 4 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।**

**4 x 5 = 20**

56. Solve the system of linear equations using matrix method.

श्रेणीय समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4$$

57. Find the local maximum and local minimum value of the function  $f$  given by

$$f(x) = x^2 - 6x^3 + 9x + 15$$

$f(x) = x^2 - 6x^3 + 9x + 15$  द्वारा प्रदत्त फलन के स्थानीय उच्चिष्ठ एवं स्थानीय निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए।

58. Find the shortest distance between the lines whose vector equations are :

रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिसके सदिश समीकरण हैं :

$$\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j}) + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

and (तथा)  $\vec{r} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$

59. Solve the following LPP by graphically

Maximize  $z = x + y$

Subject to  $x - y \leq -1$

$$-x + y \leq 0$$

$$x, y \geq 0$$

निम्नलिखित LPP को आलेखीय विधि से हल कीजिए

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत

$$x - y \leq -1$$

$$-x + y \leq 0$$

$$x, y \geq 0$$

$z = x + y$  का अधिकतमीकरण कीजिए